

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ
ПРОБЛЕМНО-ДИАЛОГИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ
НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ
ОБЪЁМ КОНУСА, 11 КЛАСС**

*О.Е. Савельева, учитель математики
МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 9»,
г. Петропавловск-Камчатский
Н.В. Кудашкина, методист Центра повышения квалификации
КГАОУ ДОВ «Камчатский институт ПК ПК»*

Урок в 11-м классе по теме «Объем конуса» является первым уроком при изучении данной темы. Он построен с учетом материала, изученного ранее. На уроке создается проблемная ситуация; обучающимся необходимо вывести формулу для вычисления объема конуса различными способами. Тему и цели урока ученики в ходе беседы формулируют самостоятельно. Повышение интереса к математике проходит через привлечение задач практического содержания, заданий из части «В» ЕГЭ, материала о применении понятия конуса в жизни и науке. На уроке прослеживаются межпредметные связи с алгеброй, физикой, биологией, ОБЖ. Учащиеся могут наглядно убедиться в практической направленности изучения данной темы, выполнив самостоятельную работу нахождение объема конуса. В ходе решения практических задач у учащихся развивается логическое мышление, пространственное воображение, познавательный интерес к предмету.

Цели

Образовательные:

- сформировать понятие объема конуса и вывести формулы для вычисления объема конуса;
- выработать навыки решения задач на применение формул объема конуса.

Развивающие:

- развивать логическое мышление учащихся, математическую речь,

мотивационную сферу личности, исследовательские способности.

Воспитательные:

- воспитывать настойчивость в решении проблемы;
- способствовать формированию отношений сотрудничества в классе.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Методы: объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый, исследовательский.

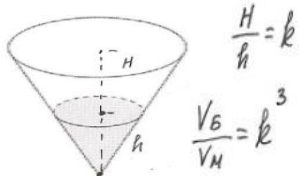
Формы познавательной деятельности учащихся: фронтальная, индивидуальная.

Оборудование: проектор, лист оценивания, карточки с заданиями.

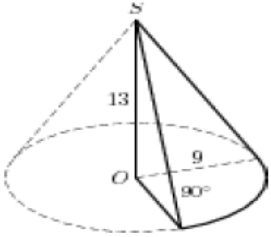
Ход урока

1 этап. Мотивирование к учебной деятельности

Деятельность учителя	Деятельность ученика	Комментарий	УУД
<i>Наш урок мы начнём с решения задач из открытого банка заданий по математике</i> <i>ЕГЭ 2013.</i>		В работу включаю тся сразу все учащиеся независимо от уровня подготов ки.	<i>Личностные УУД:</i> самоопределение (мотивация учения) <i>Регулятивные УУД:</i>
№ 1. Изменится ли объем цилиндра, если радиус его основания	Ответ: не изменится, так как объём цилиндра мы находим по формуле: $V = \pi R^2 H$, используем данные задачи, получаем $V = \pi (2R)^2 \cdot \frac{H}{4} = \pi \cdot 4R^2 \cdot \frac{H}{4} = \pi R^2 H = \pi R^2 H$ Ученики, самостоятельно решившие	Ситуация успеха: предлага ются ученикам задачи,	планирование (определение последовательности

<p>увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?</p> <p>№ 2. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 30 мл жидкости до половины высоты сосуда. Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?</p>	<p>задачи, ставят «+» в листах оценивания под контролем учеников- консультантов (экспертов)</p>  <p>$\frac{H}{h} = k$ $\frac{V_6}{V_H} = k^3$</p> <p>$k = 2$ $V_6 = 2^3 \cdot 30 = 240 \text{ (мл)}$ $240 - 30 = 210 \text{ (мл)}$</p> <p>Ответ: 210 мл</p>	<p>которые каждый решает без особых затрудне- ний</p>	<p>промежу- точных целей с учетом конечного результата; составле- ние плана и последова- тельности действий) <i>Познава- тельные</i> УУД: общеучеб- ные (поиск и выделение информа- ции; знаково- символи- ческие; логичес- кие</p>
---	---	---	---

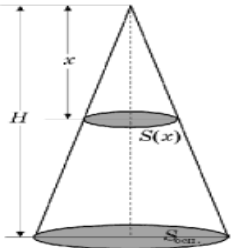
2 этап. Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном учебном действии

<p>№ 3. Найдите объём части конуса, изображённой на рисунке</p>	<p>Ответ: $V=1/4 V_{\text{конуса}}$, мы не можем решить задачу, так как не знаем формулы для вычисления объёма конуса</p>	<p>Ситуация затруднения (ощущения проблемы): предлагаю задачу, похожую на предыдущие, но решить до конца они ее не могут, так как не имеют необходимых знаний; выдвигают гипотезы о возможных путях решения задачи</p>	<p><i>Регулятивные УУД:</i> оценка (выделение и осознание учащимися того, что уже известно и усвоено, а что еще подлежит усвоению)</p>
			

3 этап. Выявление места и причины затруднения, построение проекта выхода из проблемной ситуации. Реализация построенного проекта

<p>Организуем выявление места и причины затруднения. Смогли решить задачу?</p>	<p>Нет.</p>	<p>Постановка учебной проблемы: учащиеся, осознав проблему, проговаривают ее, объясняют, каких знаний</p>	<p><i>Регулятивные УУД:</i> целеполагание (постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно учащимся и усвоено</p>
<p>В чем затруднение?</p>	<p>Надо знать формулу, по которой находится объём конуса.</p>		

<p>Какова тема урока?</p> <p>Руководим процессом целеполагания.</p> <p>Попробуйте сформулировать цели нашего урока</p> <p>С помощью наводящих вопросов помогаем построить план выхода из проблемной ситуации.</p> <p>Какой может быть формула объёма конуса?</p> <p>Т. е. что необходимо вспомнить для вывода формулы объёма конуса?</p> <p>См. приложение</p>	<p>Объем конуса</p> <p>- вывести формулу для нахождения объёма конуса;</p> <p>- научиться применять формулу объёма конуса при решении задач</p> <p>Может она похожа на формулы объёмов куба, пирамиды, цилиндра и т.д.</p> <p>- Понятие объёма тела,</p> <p>- свойства объёмов,</p> <p>- единицы измерения объёма,</p> <p>- формулы для нахождения объёма куба, прямой призмы, пирамиды, цилиндра,</p> <p>- все, что мы знаем о конусе,</p> <p>- как мы выводили другие</p>	<p>им не хватает, для того чтобы решить задачу</p> <p>Правильные ответы отмечают эксперты-консультанты в общем листе оценивания и каждый ученик в индивидуальном листе оценивания</p>	<p>ими, и того, что еще не известно)</p> <p><i>Познавательные УУД:</i></p> <p>общеучебные (формулирование познавательной цели; поиск и выделение информации; знаково-символические; логические (синтез как составление целого из частей с восполнением недостающих компонентов; действия постановки и решения проблем (формирование проблемы; самостоятельное создание способов решения проблем поискового</p>
--	---	---	--

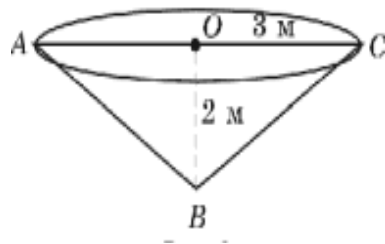
<p>Какое геометрическое тело напоминает конус?</p> <p>Что надо сделать, чтобы проверить вашу гипотезу?</p>	<p>формулы для нахождения объёмов.</p> <p>Пирамиду. Отсюда выдвигаем гипотезу: формула объёма конуса такая же, как у пирамиды.</p> $V_{\text{пирам.}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$ <p>тогда и $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$, а в основании конуса лежит круг, то $S_{\text{осн}} = \pi R^2$</p> <p>Поэтому объём конуса -</p> $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$ <p>Можно обратиться за помощью к учебнику.</p> <p>При выводе формулы объёма конуса используется определенный интеграл</p> 	<p>Обучающиеся могут либо поработать с текстом учебника, либо прибегнуть к помощи консультанта-эксперта, заранее изучившего материал</p>	<p>характера) <i>Коммуникативные УУД:</i> постановка вопросов (инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации); управление поведением партнера точностью выражать свои мысли (контроль, коррекция, оценка действий партнера, умение достаточно полно и точно выражать свои мысли)</p>
--	--	--	--

<p>Какой вывод можно сделать?</p>	$V_{\text{конуса}} = \int_0^H S(x) dx.$ $\frac{S(x)}{S_{\text{осн}}} = k^2 = \left(\frac{x}{H}\right)^2 = \frac{x^2}{H^2},$ $S(x) = S_{\text{осн}} \cdot \frac{x^2}{H^2}.$ $V_{\text{конуса}} = \int_0^H S_{\text{осн}} \cdot \frac{x^2}{H^2} dx = \frac{S_{\text{осн}}}{H^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big _0^H = \frac{S_{\text{осн}} \cdot H^3}{H^2 \cdot 3} =$ $= \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$ $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$ <p>Наша гипотеза подтвердилась. И теперь мы сможем решить задачу № 3.</p>		
-----------------------------------	--	--	--

4 этап. Первичное закрепление с проверкой понимания изученного

<p>Итак, у нас есть все необходимые знания для решения задачи № 3.</p> <p>Для закрепления материала предлагаю вам решить несколько практических задач</p>	$\frac{90^\circ}{360^\circ} \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{12} 9^2 \cdot 13\pi = 87,75\pi$ <p>Ответ: 87,75.</p>	<p>Ученик решает у доски, подробно проговаривая решение</p>	<p><i>Познавательные УУД:</i> общеучебные (формулирование познавательной цели; поиск и выделение информации); логические (синтез как составление целого из частей)</p>
---	---	---	--

Задача № 1.
Авиационная бомба среднего калибра дает при взрыве воронку диаметром 6 м и глубиной 2 м. Какое количество земли (по массе) выбрасывает эта бомба, если 1 м³ земли имеет массу 1650 кг?

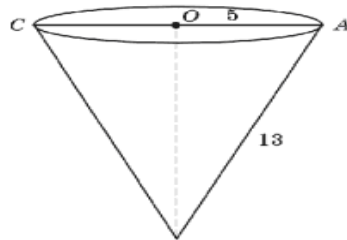


$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 6\pi \text{ (м}^3\text{)}.$$

$$P = 1650 \cdot 6 \cdot 3,14 \approx 31\,086 \text{ кг} \approx 31 \text{ т.}$$

Ответ: P = 31 т.

Задача № 2.
Смолу для промышленных нужд собирают, подвешивая конические воронки к соснам. Сколько воронок диаметром 10 см с образующей 13 см нужно собрать, чтобы заполнить 10-литровое ведро?



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi \cdot 25 \cdot 12 = 100\pi \text{ см}^3 = 0,1\pi \text{ дм}^3.$$

$$\left(H = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12. \right)$$

$$n = \frac{10}{0,1\pi} = \frac{100}{\pi} = \frac{100}{3,14} \approx 31,8.$$

Ответ: n ≈ 32 воронки.

Ученики могут решать данные задачи самостоятельно, но, могут воспользоваться помощью консультантов. Решение проверяется по действиям.

Правильные ответы отмечают эксперты-консультанты в общем листе оценивания и каждый ученик в индивидуальном листе оценивания

восполнены недостающих компонентов); действия постановки и решения проблем (формирование проблемы; самостоятельное создание способов решения проблем поискового характера)

Физминутка

Сцепили руки в «замок», вытянули перед собой, подняли вверх и хорошо потянулись. Врачи утверждают, что в этот момент выделяется «фермент счастья».

5 этап. Домашнее задание

1) Выучить п. 81 с. 170 учебника [1], № 701(а, в), № 702 – «задания-минимум» обязательны для всех;

2) самостоятельно доказать следствие «Объём усечённого конуса» – «задания-максимум» рассчитаны на учеников, интересующихся предметом, имеющих к нему склонность.

6 этап. Исторический материал

Сообщение готовят консультанты-эксперты.

Конус в переводе с греческого «*konos*» означает «сосновая шишка». С конусом люди знакомы с глубокой древности. В 1906 году была обнаружена книга Архимеда (287–212 гг. до н. э.) «О методе», в которой дается решение задачи об объеме общей части пересекающихся цилиндров. Архимед приписывает честь открытия этого принципа Демокриту (470–380 гг. до н. э.) древнегреческому философу-материалисту. С помощью этого принципа Демокрит получил формулы для вычисления объема пирамиды и конуса.

В геологии существует понятие «*конус выноса*». Это форма рельефа, образованная скоплением обломочных пород (гальки, гравия, песка), вынесенных горными реками на предгорную равнину или в более плоскую широкую долину.

Водяной конус — локальное поднятие поверхности (уровня) подошвы воды при эксплуатации нефтяных и газовых скважин, возникающее под влиянием вертикальной составляющей градиента давления ...

В биологии есть понятие «конус нарастания». Это верхушка побега и корня растений, состоящая из клеток образовательной ткани.

«Конусами» называется семейство морских моллюсков. Раковина коническая (2–16 см), ярко окрашенная. Конусов свыше 500 видов. Живут в тропиках и субтропиках, являются хищниками, имеют ядовитую железу. Укус конусов очень болезнен. Известны смертельные случаи. Раковины используются как украшения, сувениры.

По статистике на Земле ежегодно гибнет от разрядов молний 6 человек на 1 000 000 жителей (чаще в южных странах). Этого не случилось бы, если бы везде были громоотводы, так как образуется конус безопасности: чем выше громоотвод, тем больше объем такого конуса. Некоторые люди пытаются спрятаться от разрядов под деревом, но дерево не проводник, на нем заряды накапливаются, и оно может быть источником напряжения.

7 этап. Подведение итогов урока

<p>Отметки (оценивание). «5» два «+» в графе задачи или самостоятельная работа и три «+» в графе теория или вывод формулы; «4» один «+» в графе задачи или самостоятельная работа и три «+» в графе</p>	<p>Каждый ученик подсчитывает «+» в листе оценивания и озвучивает результат, отметки в журнал выставляются по желанию обучающегося</p>	<p>Эксперты контролируют результаты учеников, вносят свои предложения</p>	
---	--	---	--

<p>теория или вывод формулы;</p> <p>«3» один «+» в графе задачи или самостоятельная работа и два «+» в графе</p> <p>теория или вывод формулы.</p> <p>Ученики-эксперты за урок получают отметку, выставленную учителем</p>			
---	--	--	--

8 этап. Рефлексия

В листах оценивания предлагаю вам проставить знак вашего отношения к проведенному уроку (+, -, ?), ответить на вопросы (да, нет, затрудняюсь).

Фамилия, имя обучающегося	Задачи	Теория	Вывод формулы	Самост. работа

Итог урока	
<input type="checkbox"/> Расширили понятие и представление о конусе	
<input type="checkbox"/> Научились применять	

формулу объёма конуса при решении задач	
--	--

Наш урок подошел к концу. Незаметно летит время, сегодня вы – ученики, а завтра – уже выпускники. Готовясь к экзамену, никогда не думайте, что не справитесь с заданием, а, напротив, мысленно рисуйте себе картину успеха, и тогда у вас обязательно все получится!

Литература

1. Геометрия, 10-11 : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. Уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 16-е изд. – М. : Просвещение, 2007. – 256 с.

2. Воспитание учащихся при обучении математике : кн. для учителя / сост. Л.Ф. Пичурин. – М. : Просвещение, 1981.

3. Болтянский, В.Г. Элементарная геометрия. – М., 1985.

4. Большой энциклопедический словарь / гл. ред. А.М. Прохоров. – М. : Научное изд-во «Большая российская энциклопедия», 1999.

Использованы фотографии с сайтов:
– ru.wikipedia.org/wiki/Конус_выноса images.yandex.ru/конус_нарастания_medusy.ru/diving/yad_mollusk/index.shtm reinesland.ru/wiki/Телесный_угол

Приложение

Материал для использования на уроке

Гипотеза (от греч. основание, предположение) — вероятный ответ на проблемный вопрос, предварительный вывод, нуждающийся в последующем доказательстве и подтверждении.

Объем тела – это положительная величина той части пространства, которую занимает геометрическое тело.

Свойства объёмов

Свойство 1. Равные тела имеют равные объемы. Два тела называются равными, если их можно совместить наложением.

Свойство 2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел $V_F = V_{F1} + V_{F2}$

За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см^3 , м^3 , дм^3 , мм^3 и т. д.

Формулы объёмов тел: прямоугольный параллелепипед – $V = a \cdot b \cdot c$ или $V = S_{\text{осн}} \cdot H$, куб – $V = a^3$, прямой призмы $V = S_{\text{осн}} \cdot H$, цилиндр – $V = S_{\text{осн}} \cdot H$, пирамиды – $V = 1/3 S_{\text{осн}} \cdot H$.

Конусом (точнее, круговым конусом) называется тело, которое состоит из круга — основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, — вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания. R – радиус основания, L – образующая конуса, H – высота

$$S_{\text{бок}} = \pi R L \quad S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

Пирамидой, вписанной в конус, называется такая пирамида, основание которой есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, а вершиной является вершина конуса. Боковые ребра пирамиды, вписанной в конус, являются образующими конуса.

Если мы устремляем n (число сторон основания пирамиды) к бесконечности, то периметр основания пирамиды стремится к длине окружности основания конуса. Ясно, что высота любой пирамиды, вписанной в конус или описанной около него, равна высоте самого конуса. Так как мы знаем, что объем пирамиды равен: $V_{\text{пирам.}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$, тогда и $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$, а в основании конуса лежит круг, то $S_{\text{осн}} = \pi R^2$.

Поэтому объём конуса – $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$.